

Cálculo 1

Semana 1: Conjuntos y funciones

18 de agosto de 2026

1. Para conjuntos X, Y, Z , verifique las siguientes propiedades:

- para $X \subseteq Z$ se tiene $Z \setminus (Z \setminus X) = X$;
- $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$;
- $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$.

Dibuje los diagramas de Venn.

2. Consideremos los subconjuntos de $\mathbb{R}$ dados por

$$X = (-\infty, 2] \cup (4, 7), \quad Y = [1, 5) \cup [6, +\infty), \quad Z = (-2, 3) \cup [5, 6].$$

Describa $(X \cap (\mathbb{R} \setminus Y)) \cup Z$ como una unión de intervalos.

Dibuje X, Y, Z y este conjunto en la recta real.

3. Determine la imagen de las siguientes funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = (x - 1)^4 + 2, \quad f(x) = (x + 3)^5 + 3, \quad f(x) = |2x| - 1.$$

4. Haga bosquejo de la gráfica para las siguientes funciones:

$$f(x) = 3x - 4, \quad f(x) = 4x^2 + 8x + 3, \quad f(x) = \frac{1}{2x} + 3.$$

5. Determine dónde las siguientes funciones son crecientes o decrecientes:

$$f(x) = x^2 + 2x + 2, \quad f(x) = (x - 1)^4, \quad f(x) = 23.$$

6. Encuentre la composición $g \circ f$ y $f \circ g$ para las siguientes funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

- $f(x) = x^2$ y $g(x) = x^3$;
- $f(x) = 2x + 1$ y $g(x) = 3x - 5$;
- $f(x) = 2x^2$ y $g(x) = x + 1$.

Determine si $g \circ f = f \circ g$.

7. Encuentre la función inversa f^{-1} , cuando esta existe, para las siguientes f :

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto (x + 1)^3$;
- $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty), x \mapsto (x + 1)^2$;
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 3x - 7$.